

2. Funciones exponenciales

La función exponencial

La función exponencial es de la forma $y=a^x$, siendo a un número real positivo.

En la figura se ve el trazado de la gráfica de $y=2^x$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	-0.5
y	0,125	0,25	0,5	1	2	4	8	-2

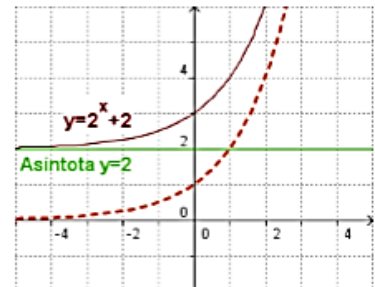
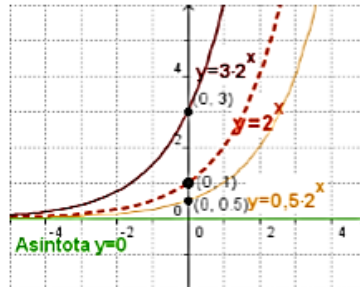
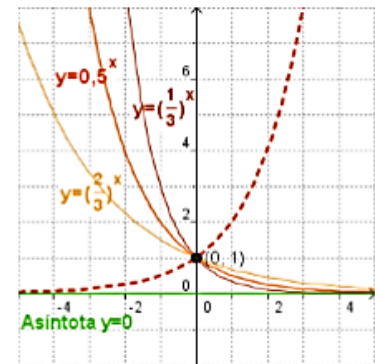
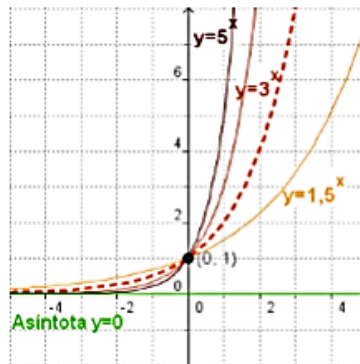
En los gráficos inferiores se puede ver como cambia la gráfica al variar a . Observa que las gráficas de $y=a^x$ y de $y=(1/a)^x = a^{-x}$ son simétricas respecto del eje OY.



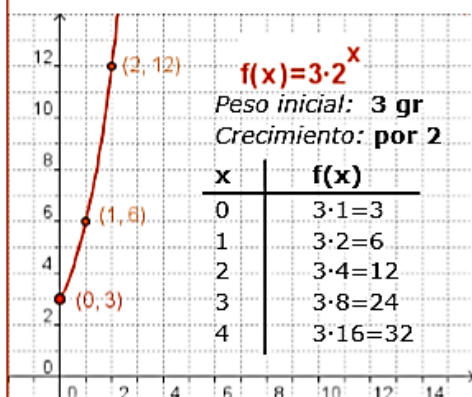
- El **dominio** son todos los reales y el **recorrido** son los reales positivos.
- Es **continua**.
- Si $a > 1$ la función es **creciente** y si $0 < a < 1$ es **decreciente**.
- Corta al eje OY en $(0,1)$.
- El eje OX es **asíntota**.
- La función es **inyectiva**, esto es si $a^m = a^n$ entonces $m = n$.

En las gráficas de la derecha se puede ver como al multiplicar por una constante $y=k \cdot a^x$ el punto de corte con el eje OY es $(0,k)$.

Al sumar (o restar) una constante b la gráfica se desplaza hacia arriba (o hacia abajo) b unidades y la asíntota horizontal pasa a ser $y=b$.



En un laboratorio tienen un cultivo bacteriano, si su peso se multiplica por 2 cada día, ¿cuál es su crecimiento si el peso inicial es 3 gr?



Crecimiento exponencial

La función exponencial se presenta en multitud de fenómenos de crecimiento animal, vegetal, económico, etc. En todos ellos la variable es el tiempo.

En el crecimiento exponencial, cada valor de y se obtiene multiplicando el valor anterior por una cantidad constante a .

Donde k es el valor inicial (para $t=0$), t es el tiempo transcurrido y a es el factor por el que se multiplica en cada unidad de tiempo.

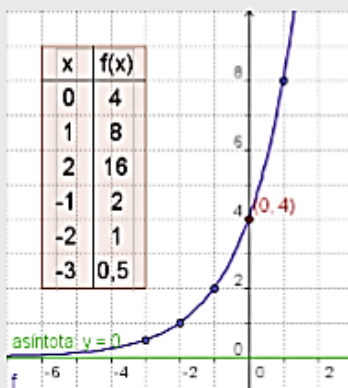
Si $0 < a < 1$ se trata de un decrecimiento exponencial.

EJERCICIOS resueltos

Representa y estudia las funciones

a) $f(x) = 4 \cdot 2^x$

Dominio = \mathbb{R}
 Recorrido = $(0, +\infty)$
 Asíntota: $y = 0$
 Corte OY: $(0, 4)$
 Creciente



b) $f(x) = 2 \cdot 3^{-x} + 1$

Dominio = \mathbb{R}
 Recorrido = $(1, +\infty)$
 Asíntota: $y = 1$
 Corte OY: $(0, 4)$
 Decreciente



Construye una tabla de valores de una función exponencial en cada caso y escribe la expresión algebraica.

a) $f(-2) = 2/9$

y constante de crecimiento 3

x	f(x)
-2	2/9
-1	2/3
0	2
1	6
2	18
3	54

$f(-2) = 2/9$
 $f(-1) = 3 \cdot 2/9 = 2/3$
 $f(0) = 3 \cdot 2/3 = 2$
 $f(1) = 3 \cdot 2 = 6$
 y así sucesivamente
 $f(x) = 2 \cdot 3^x$

b) $f(0) = 3$

y constante de decrecimiento 1/4

x	f(x)
-2	48
-1	12
0	3
1	3/4
2	3/16
3	3/64

$f(0) = 3$
 $f(1) = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 $f(2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$
 y así sucesivamente
 $f(x) = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x = 3 \cdot 4^{-x}$

TALLER: resolver y presentar para poder acceder a la evaluación (Representar la función hace referencia a graficar)

1. Con la ayuda de la calculadora, efectúa las siguientes operaciones:

a) $2^{1/3} =$

d) $2^{-2/7} =$

g) $2^\pi =$

b) $2^{-2/5} =$

e) $2^{\sqrt{3}} =$

h) $2^{-\pi} =$

c) $2^{\pi^3} =$

f) $2^{-\sqrt{5}} =$

i) $2^{2+\sqrt{2}} =$

2. La calculadora tiene dos funciones exponenciales 10^x e^x

Con la ayuda de la calculadora, efectúa las siguientes operaciones:

a) $10^{\pi^3} =$

e) $10^{\sqrt{10}} =$

l) $e^{3/4} =$

b) $10^{-3/6} =$

f) $10^{-\sqrt{3}} =$

j) $e^{-5/3} =$

c) $10^{5/4} =$

g) $e^{2/3} =$

k) $e^{\sqrt{2}} =$

d) $10^{-7/3} =$

h) $e^{-\pi^6} =$

l) $e^{-\sqrt{5}} =$

3. Estudia y representa las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2^x$

b) $g(x) = 3^x$

c) $h(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

d) $m(x) = 2 \cdot 5^x$

e) $n(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

f) $p(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

g) $q(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

h) $r(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$